

文章编号: 1006-7736(2005)04-0010-05

## 锚泊状态下锚链作用力的计算方法\*

侯建军<sup>1,2</sup>, 东 昉<sup>2</sup>, 石爱国<sup>2</sup>, 尹建川<sup>1</sup>

(1. 大连海事大学 航海学院, 辽宁 大连 116026;

2. 海军大连舰艇学院 航海系, 辽宁 大连 116018)

**摘要:** 分别给出三种锚泊状态, 即船体运动比较平缓、大风浪和走锚下求解锚链对船体作用力的方法. 对于有铺底锚链时的静态锚链作用力的计算, 着重介绍了两种新的方法——迭代法和优选法. 最后通过计算实例, 得出了若干结论. 为实现完整的锚泊仿真系统提供了重要的理论基础.

**关键词:** 船舶工程; 锚泊状态; 锚链作用力; 计算方法

**中图分类号:** U661.338

**文献标识码:** A

### 0 引言

锚泊仿真, 可广泛用于船舶动力定位、锚泊抗台指挥、锚泊作业分析及船舶操纵模拟器中. 用于锚泊仿真的数学模型, 主要进行锚抓力和锚链对船体作用力两方面的研究. 这里讲的锚链对船体的作用力, 是指锚链对船体的水平作用力(用  $F_h$  表示). 目前有三种互相联系的研究模式. 一种是建立风洞水槽, 测试锚泊船模在各种条件下所受锚链力, 然后用回归方法, 建立数学模型, 有代表性的是井上欣三等人的工作<sup>[1-3]</sup>; 一种是对锚泊船进行测试, 再加以总结, 如文献[4]; 第三种是理论研究, 结合计算机仿真, 如 B.J. Maga, H.R. 泽尔海姆<sup>[5]</sup> 等人的工作.

虽然一些大型、超大型油船采用单点系泊系统(SPM) 以及其他输油方式, 带动了锚泊研究, 但锚链在各种海况下对船体作用力的数学模型, 仍缺少普遍认可的结果. 多数研究局限于通过计算出风、流、浪等外力进而推导铺底链长度和锚链悬链长度<sup>[6-7]</sup>, 这无法达到锚泊仿真的要求.

本文认为, 在船体运动比较平缓的情况下, 可以用悬链线方程求解  $F_h$ . 在风、流、浪作用力较大

的情况下, 需要用动态锚链作用力方程求解  $F_h$ . 在走锚的情况下, 则需用走锚方程求解  $F_h$ .

### 1 静态悬链力方程

锚啮入底土后, 即需建立以锚位点为原点的坐标系, 它相当于将固定坐标系原点移至锚位点处, 可以用平移方程解决两坐标系的互换问题, 如图1所示, 其中  $\theta$  为锚链方位.

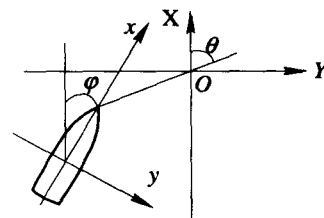


图1 锚位坐标系

设锚孔位于首柱处, 则

$$\begin{cases} F_{X_m} = F_h \cos(\phi - \theta) \\ F_{Y_m} = F_h \sin(\phi - \theta) \\ M_m = F_h l_{mG} \sin(\phi - \theta) \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $l_{mG}$  为锚孔至重心的距离;  $F_{X_m}$ ,  $F_{Y_m}$ ,  $M_m$  分

\* 收稿日期: 2005-06-29.

作者简介: 侯建军(1973-), 男, 河北高碑店人, 讲师, 博士研究生.

别为锚链作用于船体 X、Y 方向的力和转矩。

在锚链铅垂面  $hOd$  上, 锚—锚链—船体的关系如图 2 所示。图中:  $F$ 、 $F_v$ 、 $F_h$  分别为锚链对船体作用的合力、垂向分力、水平分力;  $L$  为锚链悬链长;  $l_0$  为锚链铺底链长;  $L_m$  为放出锚链总长;  $d_m$  为锚孔至锚位点距离;  $F_m$  为锚对锚链的作用力。

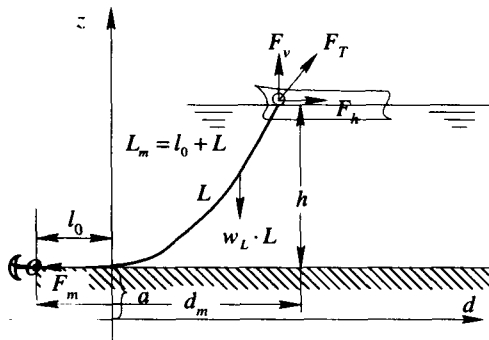


图 2 锚—锚链—船体间的相互作用

在静平衡状态下:  $F_h = F_m + w_L l_0 \mu$

如没有铺底锚链,  $F_h$  可径直用悬链线方程<sup>[8]</sup>

求解:

$$F_h = w_L \cdot a = w_L \cdot \frac{L^2 - h^2}{2h} \quad (2)$$

式中:  $h$  为锚孔至底土高度;  $a$  为悬链线参数。

在有铺底锚链的情况下, 由于未知数多, 求解比较复杂。根据目前所掌握资料, 有两种求解方式。

### 1.1 庄司邦昭公式

藤野正隆和庄司邦昭均采用高次方程求解<sup>[2,9]</sup>。庄司邦昭考虑锚链弹性形变后导出的求解  $F_h$  的公式如下:

$$\begin{cases} F_h^6 + EA(5 - 2\frac{d_m}{L_m})F_h^5 + (EA)^2 \\ \left[10 - 8\frac{d_m}{L_m} + (\frac{d_m}{L_m})^2\right]F_h^4 + \\ (EA)^3 \left[10 - 12\frac{d_m}{L_m} + 3(\frac{d_m}{L_m})^2\right] \\ F_h^3 + (EA)^4 \left(1 - \frac{d_m}{L_m}\right) \left(5 - 3\frac{d_m}{L_m}\right)F_h^2 + \\ (EA)^3 \left(1 - \frac{d_m}{L_m}\right)^2 F_h - \frac{2w_L h^3 (EA)^5}{9L_m^2} = 0 \\ F_v = w_L L \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $E$  为锚链弹性模量;  $A$  为锚链截面积。

在锚链动态受力的情况下, 考虑锚链的弹性, 求得  $d$ 、 $L$ 、 $a$  的初始值  $d_0$ 、 $L_0$ 、 $a_0$ 。

形变有重要意义, 而在静态条件下, 其意义不大, 且解高次方程比较复杂, 不便于仿真运用。

### 1.2 文献[10]求解 $F_h$ 的公式

文献[10]的思路是: 将  $F_h$  看成  $d_m$  的函数  $F_h = f(d_m)$ , 然后转化为自然对数的多项式求解。

$$F'_h = \sum_{n=0}^N a_n (\ln d'_m)^n \quad (n = 0, 1, 2, \dots, N) \quad (4)$$

此公式的精度可以, 但需对  $F'_h$  进行判断, 故应用受到限制。

### 1.3 本文提出的求解 $F_h$ 的方法之一

#### ——迭代法

该方法的基本思路为: 从悬链线方程导出求解悬链线参数  $a$  的迭代方程, 然后用近似方法求出  $a$  的初值  $a_0$ , 经多次迭代得到较精确的  $a$  值, 据式(2)求得  $F_h$ 。

(1) 由悬链线方程知

$$\begin{cases} z = a + h = a \cdot \operatorname{ch} \frac{d}{a} \\ \frac{d}{a} = \ln \left( \frac{a+h}{a} + \sqrt{2ah + h^2} \right) \end{cases} \quad (5)$$

经推导得到可迭代的形式

$$a = \frac{d}{\ln \frac{a+h+L}{a}}$$

式中:  $d$  为锚链切地点至锚孔距离;  $L$  为悬链长。

(2) 按下列步骤进行计算

第一步: 求初始值, 如图 3 所示。

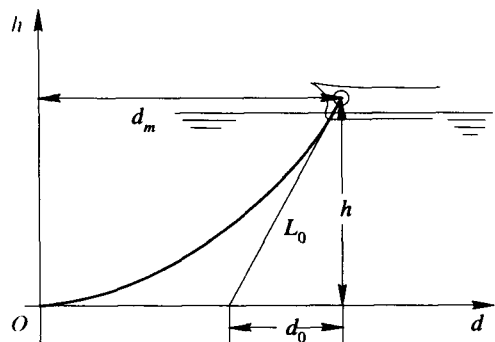


图 3 求  $d$ 、 $L$  的迭代初值

$$\text{据公式} \begin{cases} L_m - L_0 + d_0 = d_m \\ L_0^2 = h^2 + d_0^2 \\ a_0 = \frac{L_0^2 - h^2}{2h} \end{cases} \quad (7)$$

第二步:  $a_1 = \frac{d_0}{\ln \frac{a_0 + h + L_0}{a_0}}$ , 若  $|a_1 - a_0| <$

$\epsilon$  ( $\epsilon$  为给定的误差标准值), 进入第四步, 否则进入第三步。

第三步: 令  $a_0 = a_1, L_0 = \sqrt{2a_0h + h^2}$ ,  
 $d_0 = d_m - (L_m - L_0)$ , 进入第二步。

第四步: 令  $a = a_1$ , 则  $F_h = w_L a$ , 停止。

上述方法简便易行, 经多次测试, 计算所得的  $F_h$ , 精度能满足仿真要求。

#### 1.4 本文提出的求解 $F_h$ 的方法之二

##### —— 优选法

此法基于风、流、浪的作用恒定不变, 锚泊船舶单位链重  $w_L$ 、放出链长  $L_m$ 、锚孔至锚位点距离  $d_m$ 、锚孔至水底高度  $h$  已定的静平衡条件, 其优点是所需计算次数少。

(1) 已经证明

$$\frac{d}{a} = \ln\left(\frac{a+h}{a} + \frac{\sqrt{2ah+h^2}}{a}\right)$$

$$\text{则 } d = a \ln\left(\frac{a+h}{a} + \frac{\sqrt{2ah+h^2}}{a}\right) \quad (8)$$

$$\text{又 } L = \sqrt{2ah+h^2} \quad (9)$$

$$d_m = (L_m - L) + d \quad (10)$$

显然, 可以合理设定一系列  $a$  的近似值  $a'$ , 由式(8)、(9)求得  $d$  和  $L$  的近似值  $d'$  和  $L'$ , 代入

$$\Delta d = |d_m - (L_m - L' + d')| \quad (11)$$

只要  $\Delta d$  小于所需精度, 就可以求得有相当精度的  $F_h$ 。

(2) 筛选优化的  $a'$ , 可用单因素优选法求得<sup>[11]</sup>。

具体步骤如下:

第一步: 合理设定  $a'$  的值域  $[a_1, a_2]$ , 如可令  $a_1 = 0, a_2$  等于走锚时对应的  $a$  值。据  $a = F_h/w_L$ , 可得  $a_2 = F_{h(\text{走锚})}/w_L$  (若为霍尔锚, 可取  $F_{h(\text{走锚})} = 4W_m$ ,  $W_m$  为锚重)。

第二步: 令  $a'_1 = 0.382(a_2 - a_1) + a_1, a'_2 = 0.618(a_2 - a_1) + a_1$ , 根据式(11)求出相应的  $\Delta d'_1, \Delta d'_2$ 。若相对误差  $\Delta d'_1/d < \epsilon$  或  $\frac{\Delta d'_2}{d} < \epsilon$

( $\epsilon$  为给定的误差标准值), 进入第四步, 否则进入第三步。

第三步: 若  $\Delta d'_2 < \Delta d'_1$ , 则令  $a_1 = a'_1, a_2 = a_2$ ; 若  $\Delta d'_2 > \Delta d'_1$ , 则令  $a_1 = a_1, a_2 =$

$a'_2$ , 进入第二步。

第四步: 令  $a = a'_1$  ( $a'_2$ ), 得  $F_h = a \cdot w_L$ , 停止。

## 2 动态锚链力数模

当风力较大(如 5 级以上)或流速较高(如 2 kn 以上)时, 锚泊船会产生偏荡。此时锚链作用于船体的力  $F_h$ , 不仅时时变化, 而且会出现脉冲力。缓慢变化的锚链力称为定常力, 以  $F_h$  表示; 锚链脉冲力称为冲击力, 以  $F_{h_0}$  表示<sup>[12]</sup>。

在上述条件下用静态悬链方程求解  $F_h$ , 会出现大的误差。要比较精确地求解, 可以用集成质量法, 它考虑了所有链环的运动和锚链所受流体力, 但需要知道锚链的运动情况, 需要测定锚链的水动力特性, 不便于一般的锚泊仿真。

本文认为, 在这种情况下, 可以采用井上欣三提出的公式<sup>[13]</sup> 求解  $F_h$  和  $F_{h_0}$ 。

井上欣三以 8 种类型锚泊船的风洞水槽实验为基础, 对实验数据进行了回归处理, 提出了有一定普适意义的  $F_h, F_{h_0}$  计算公式。

冲击张力  $F_{h_0}$  公式:

$$\frac{F_{h_0}}{p_0} = -5.27 + 59.59 \lg \frac{A_B}{A_{B_0}} + 0.67 \left( \frac{\Phi_p}{L_{pp}} \times 100 \right) \quad (12)$$

定常张力  $F_h$  公式:

$$\frac{F_h}{p_0} = -0.03 + 8.52 \lg \frac{A_B}{A_{B_0}} + 0.10 \left( \frac{\Phi_p}{L_{pp}} \times 100 \right) \quad (13)$$

式中:  $p_0$  为船舶正面所受风压力;  $A_B/A_{B_0}$  为船舶侧受风面积与水线下侧投影面积比;  $\Phi/L_{pp}$  为风压中心位置(风向角  $90^\circ$  时)和船舶垂线间长度比,  $\Phi_p$  在船舳之前为“+”, 在船舳之后为“-”。

上述公式是在锚链放出长度为 9 倍水深的基础上得出的, 如果船舶抛出链长和水深比不等于 9, 需按下式修正。

冲击力修正系数  $\Gamma_0$ :

$$\Gamma_0 = \frac{F'_{h_0}}{F_{h_0}} = 145 \left( \frac{L_m}{h} \right)^{-2.25} \quad (14)$$

定常力修正系数  $\Gamma_1$ :

$$\Gamma_s = \frac{F'_h}{F_h} = 15.4 \left( \frac{L_m}{h} \right)^{-1.245} \quad (15)$$

式中:  $F'_h$ 、 $F'_{h_0}$  为待求值;  $F_h$ 、 $F_{h_0}$  为标准值。

### 3 走锚时锚链力数模

锚泊船舶是否走锚, 在定常风、流作用时, 可按

$$F_h > F_m + w_L \cdot l_0 \cdot \mu$$

判定。如船舶偏荡严重, 则按动态定常力  $F_h$  与  $F_m + w_L \cdot l_0 \cdot \mu$  的大小关系判定。若  $F_h > F_m + w_L \cdot l_0 \cdot \mu$ , 即为走锚。

#### 3.1 走锚时静态锚抓力

如锚链抛出长度不足, 处于短链状态, 则锚对锚链每一瞬时的静态力  $F_h$ , 可由下式得出, 即

$$F_h = \frac{l^2 \omega}{8f \cos \beta} \quad (16)$$

式中:  $f$  为 midpoint 松弛度, 即锚孔至  $\eta$  轴距离一半处的锚链松弛度;  $\beta$  为高差角;  $w_L$  为单位链重。

当放出链长  $l$  已知, 即

$$F_h \cdot f = \frac{l^2 \omega}{8 \cos \beta} = K \quad (17)$$

此时, 可用双参数 0.618 法优选  $F_h \cdot f$ , 求得  $F_h$  值。具体算法如下。

(1) 由  $F_{h_0} = \frac{l^2 - h^2}{2h} w_L$ , 令  $l = L$ , 得  $F_h$  初值  $F_{h_0}$ , 其优选值域为  $0 \sim 2F_{h_0}$ ;

(2) 由  $f_0 = \frac{h}{2} - \left( a \operatorname{ch} \frac{d_m}{2a} - a \right)$  得  $f$  初值  $f_0$ ,

其优选值域为  $0 \sim 2f_0$ ;

(3) 用双参数 0.618 法优选  $F_h \cdot f$ 。

#### 3.2 走锚时动态锚抓力

可按下式计算, 即

$$(m + m_m) \frac{d^2 S}{dt^2} + C_m \frac{dS}{dt} + F(S) = F_h \quad (18)$$

式中:  $m$  为锚体质量;  $m_m$  为锚体带动底土质量;  $C_m$  为锚体及带动底土和水底的摩擦系数;  $F(S)$  为走锚时的锚抓力;  $S$  为锚体位移。  $m_m$ 、 $C_m$  需要实验确定。

### 4 算 例

根据上面提供的数模, 即可计算出船舶在锚泊时的静态、动态以及走锚时锚泊力。以船舶在无风流环境下锚泊为例, 只要知道抛出的总链长、水深、锚孔至锚位的水平距离以及单位链重和锚重, 就可根据前面介绍的优选法和迭代法计算出此时铺底链长和船舶受到的锚链水平作用力。下面举一计算实例, 如表 1 所示。

计算条件为: 锚重 2500 kg, 单位链重 25 kg/m, 锚孔至锚位的水平距离 11 m,  $\epsilon$  (相对误差) 为 0.001。

表 1 铺底链长和锚链水平作用力的计算实例

抛出链长 /m	水深 /m	铺底链长 /m		锚链水平力 /9.8 N	
		迭代法	优选法	迭代法	优选法
20	15	0.563	0.563	127.334	127.321
20	13	4.683	4.683	63.090	63.089
21	15	2.900	2.899	85.511	85.544
21	13	6.591	6.591	37.141	37.141

从计算结果可以看出: (1) 优选法和迭代法的计算结果比较接近, 两种方法都具有相当高的精度; (2) 在有铺底锚链的情况下, 如水深一定, 则抛出链长越大, 铺底链长就越大, 锚链水平力就越小, 反之亦然; (3) 在有铺底锚链的情况下, 如抛出链长一定, 则水深越深, 铺底链长就越小, 锚链水平力就越大, 反之亦然。

#### 参 考 文 献:

[1]井上欣三. 荒天中锚泊的安全性向上に関する研究[A]. 日中航海学会学术交流会议论文集[C], 1984. 56-60.  
 [2]藤野正隆. 单锚泊時の潮流による船体振れまわり運動の实用計算法[A]. 日本造船学会论文集[C], 1983. 78-80.  
 [3]藤井照久. 他・锚泊中の実船の振れ回り軌迹について[A]. 日本航海学会论文集[C], 1980. 25-30.  
 [4]米田谨次郎. 他・荒天锚泊に関する实验研究第二报, 双锚泊, 振れ止め锚泊について[A]. 日本航海学会志第 23 号,

1960.42-45.

- [5] H. R. 泽尔海姆. 单点系泊系统运动分析[J]. 船舶力学, 1983(7): 20-23.
- [6] 魏云雨. 稳定锚泊状态下悬垂链长度的另一求取方法[A]. 航海技术与航海教育论文集[C], 2003. 185-186.
- [7] 陆志材. 船舶操纵[M]. 大连: 大连海事大学出版社, 2000.
- [8] 陈君义. 船艺[M]. 北京: 人民交通出版社, 1992. 15, 19.
- [9] 庄司邦昭. 系留索に動く張力の解析[J]. 东京商船大学研究报告(自然科学), 1986, 37: 25-26.
- [10] 洪碧光. 大风中锚泊船偏荡运动分析及走锚预报[D]. 大连: 大连海事大学, 1987.
- [11] 中科院数学所. 优选法[M]. 北京: 科学出版社, 1978. 50-65.
- [12] 古文贤, 赵月林. 大风浪中走锚问题的几点探讨[J]. 大连海运学院学报, 1991, 17(3): 45-47.
- [13] 井上欣三. 关于提高风浪中锚泊安全性的研究[A]. 日本航海学会志[C], 1985. 21-23.

## Calculation method of chain force on ship at anchor

HOU Jian-jun<sup>1,2</sup>, DONG Fang<sup>1</sup>, SHI Ai-guo<sup>2</sup>, YIN Jian-chuan<sup>1</sup>  
(1. Navigation College, Dalian Maritime Univ., Dalian 116026, China;  
2. Navigation Dept., Dalian Naval Academy, Dalian 116018, China)

**Abstract:** In this paper, anchoring state was divided into three types, namely, the state in which the ship moves slowly, the state of rough sea and the state of dragging. The method was proposed to calculate the chain force on ship of the corresponding state. Two new methods were presented for the calculation of static chain force, i. e. iteration and optimization. Calculation example was also given and some conclusions are drawn. It provided an important theory basis or realizing integral anchoring imitating system.

**Key words:** ship engineering; at anchor; chain force; calculation method

(上接第9页)

## Optimization of ship scheduling with soft time windows

FAN Tie-cheng, MA Zi, LI Ya  
(Automatic Research Center, Dalian Maritime Univ., Dalian 116026, China)

**Abstract:** This paper considers a real ship scheduling problem that can be considered as a multi-ship pickup and delivery problem with soft time windows(m-PDPSTW). The motivation of introducing soft time windows instead of hard is to allow controlled time window violations for some customers, by which it may be possible to obtain better schedules and significant reductions in the transportation costs. To control the time window violations, inconvenience costs for servicing customers outside their time windows are imposed. An optimization based approach based on a set partitioning formulation is proposed to solve the problem. The computational results show that the proposed approach works on the real ship scheduling problem.

**Key words:** ship berthing at harbour; routing selection; time window; inconvenience cost; set partitioning